



3

Level 3 Statistics and Modelling, 2008

STATISTICS AND MODELLING – USEFUL FORMULAE AND TABLES

Straight Line

$$\text{Equation } y - y_1 = m(x - x_1)$$

Quadratics

$$\text{If } ax^2 + bx + c = 0$$

$$\text{then } x = \frac{-b \pm \sqrt{b^2 - 4ac}}{2a}$$

Newton-Raphson Method

$$x_1 = x_0 - \frac{f(x_0)}{f'(x_0)}$$

Differentiation

$$\text{If } f(x) = x^n \text{ then } f'(x) = nx^{n-1}$$

Permutations and Combinations

$${}^n P_r = \frac{n!}{(n-r)!}$$

$$\binom{n}{r} = {}^n C_r = \frac{n!}{(n-r)!r!}$$

Logarithms

$$y = \log_b x \Leftrightarrow x = b^y$$

$$\log_b(xy) = \log_b x + \log_b y$$

$$\log_b\left(\frac{x}{y}\right) = \log_b x - \log_b y$$

$$\log_b(x^n) = n \log_b x$$

Expectation Algebra

$$E[aX + b] = aE[X] + b$$

$$\text{Var}[aX + b] = a^2 \text{Var}[X]$$

$$E[aX + bY] = aE[X] + bE[Y]$$

$$\text{Var}[aX + bY] = a^2 \text{Var}[X] + b^2 \text{Var}[Y] \text{ if } X, Y \text{ are independent}$$

Probability

$$P(A \cup B) = P(A) + P(B) - P(A \cap B)$$

$$P(A|B) = \frac{P(A \cap B)}{P(B)}$$

Binomial Distribution

Each entry gives the probability that a binomial random variable X , with the parameters n and π , has the value x .

$$P(X = x) = \binom{n}{x} \pi^x (1 - \pi)^{n-x}$$

$$\mu = n\pi, \quad \sigma = \sqrt{n\pi(1 - \pi)}$$

n	x	π											
		0.05	0.1	0.15	1/6	0.2	0.25	0.3	1/3	0.35	0.4	0.45	0.5
4	0	0.8145	0.6561	0.5220	0.4823	0.4096	0.3164	0.2401	0.1975	0.1785	0.1296	0.0915	0.0625
4	1	0.1715	0.2916	0.3685	0.3858	0.4096	0.4219	0.4116	0.3951	0.3845	0.3456	0.2995	0.2500
4	2	0.0135	0.0486	0.0975	0.1157	0.1536	0.2109	0.2646	0.2963	0.3105	0.3456	0.3675	0.3750
4	3	0.0005	0.0036	0.0115	0.0154	0.0256	0.0469	0.0756	0.0988	0.1115	0.1536	0.2005	0.2500
4	4		0.0001	0.0005	0.0008	0.0016	0.0039	0.0081	0.0123	0.0150	0.0256	0.0410	0.0625
5	0	0.7738	0.5905	0.4437	0.4019	0.3277	0.2373	0.1681	0.1317	0.1160	0.0778	0.0503	0.0313
5	1	0.2036	0.3281	0.3915	0.4019	0.4096	0.3955	0.3602	0.3292	0.3124	0.2592	0.2059	0.1563
5	2	0.0214	0.0729	0.1382	0.1608	0.2048	0.2637	0.3087	0.3292	0.3364	0.3456	0.3369	0.3125
5	3	0.0011	0.0081	0.0244	0.0322	0.0512	0.0879	0.1323	0.1646	0.1811	0.2304	0.2757	0.3125
5	4		0.0005	0.0022	0.0032	0.0064	0.0146	0.0284	0.0412	0.0488	0.0768	0.1128	0.1563
5	5			0.0001	0.0001	0.0003	0.0010	0.0024	0.0041	0.0053	0.0102	0.0185	0.0313
6	0	0.7351	0.5314	0.3771	0.3349	0.2621	0.1780	0.1176	0.0878	0.0754	0.0467	0.0277	0.0156
6	1	0.2321	0.3543	0.3993	0.4019	0.3932	0.3560	0.3025	0.2634	0.2437	0.1866	0.1359	0.0938
6	2	0.0305	0.0984	0.1762	0.2009	0.2458	0.2966	0.3241	0.3292	0.3280	0.3110	0.2780	0.2344
6	3	0.0021	0.0146	0.0415	0.0536	0.0819	0.1318	0.1852	0.2195	0.2355	0.2765	0.3032	0.3125
6	4	0.0001	0.0012	0.0055	0.0080	0.0154	0.0330	0.0595	0.0823	0.0951	0.1382	0.1861	0.2344
6	5		0.0001	0.0004	0.0006	0.0015	0.0044	0.0102	0.0165	0.0205	0.0369	0.0609	0.0938
6	6					0.0001	0.0002	0.0007	0.0014	0.0018	0.0041	0.0083	0.0156
7	0	0.6983	0.4783	0.3206	0.2791	0.2097	0.1335	0.0824	0.0585	0.0490	0.0280	0.0152	0.0078
7	1	0.2573	0.3720	0.3960	0.3907	0.3670	0.3115	0.2471	0.2048	0.1848	0.1306	0.0872	0.0547
7	2	0.0406	0.1240	0.2097	0.2344	0.2753	0.3115	0.3177	0.3073	0.2985	0.2613	0.2140	0.1641
7	3	0.0036	0.0230	0.0617	0.0781	0.1147	0.1730	0.2269	0.2561	0.2679	0.2903	0.2918	0.2734
7	4	0.0002	0.0026	0.0109	0.0156	0.0287	0.0577	0.0972	0.1280	0.1442	0.1935	0.2388	0.2734
7	5		0.0002	0.0012	0.0019	0.0043	0.0115	0.0250	0.0384	0.0466	0.0774	0.1172	0.1641
7	6			0.0001	0.0001	0.0004	0.0013	0.0036	0.0064	0.0084	0.0172	0.0320	0.0547
7	7					0.0001	0.0002	0.0005	0.0006	0.0016	0.0037	0.0078	0.0156
8	0	0.6634	0.4305	0.2725	0.2326	0.1678	0.1001	0.0576	0.0390	0.0319	0.0168	0.0084	0.0039
8	1	0.2793	0.3826	0.3847	0.3721	0.3355	0.2670	0.1977	0.1561	0.1373	0.0896	0.0548	0.0313
8	2	0.0515	0.1488	0.2376	0.2605	0.2936	0.3115	0.2965	0.2731	0.2587	0.2090	0.1569	0.1094
8	3	0.0054	0.0331	0.0839	0.1042	0.1468	0.2076	0.2541	0.2731	0.2786	0.2787	0.2568	0.2188
8	4	0.0004	0.0046	0.0185	0.0260	0.0459	0.0865	0.1361	0.1707	0.1875	0.2322	0.2627	0.2734
8	5		0.0004	0.0026	0.0042	0.0092	0.0231	0.0467	0.0683	0.0808	0.1239	0.1719	0.2188
8	6			0.0002	0.0004	0.0011	0.0038	0.0100	0.0171	0.0217	0.0413	0.0703	0.1094
8	7					0.0001	0.0004	0.0012	0.0024	0.0033	0.0079	0.0164	0.0313
8	8						0.0001	0.0002	0.0002	0.0002	0.0007	0.0017	0.0039
9	0	0.6302	0.3874	0.2316	0.1938	0.1342	0.0751	0.0404	0.0260	0.0207	0.0101	0.0046	0.0020
9	1	0.2985	0.3874	0.3679	0.3489	0.3020	0.2253	0.1556	0.1171	0.1004	0.0605	0.0339	0.0176
9	2	0.0629	0.1722	0.2597	0.2791	0.3020	0.3003	0.2668	0.2341	0.2162	0.1612	0.1110	0.0703
9	3	0.0077	0.0446	0.1069	0.1302	0.1762	0.2336	0.2668	0.2731	0.2716	0.2508	0.2119	0.1641
9	4	0.0006	0.0074	0.0283	0.0391	0.0661	0.1168	0.1715	0.2048	0.2194	0.2508	0.2600	0.2461
9	5		0.0008	0.0050	0.0078	0.0165	0.0389	0.0735	0.1024	0.1181	0.1672	0.2128	0.2461
9	6		0.0001	0.0006	0.0010	0.0028	0.0087	0.0210	0.0341	0.0424	0.0743	0.1160	0.1641
9	7				0.0001	0.0003	0.0012	0.0039	0.0073	0.0098	0.0212	0.0407	0.0703
9	8						0.0001	0.0004	0.0009	0.0013	0.0035	0.0083	0.0176
9	9							0.0001	0.0001	0.0001	0.0003	0.0008	0.0020
10	0	0.5987	0.3487	0.1969	0.1615	0.1074	0.0563	0.0282	0.0173	0.0135	0.0060	0.0025	0.0010
10	1	0.3151	0.3874	0.3474	0.3230	0.2684	0.1877	0.1211	0.0867	0.0725	0.0403	0.0207	0.0098
10	2	0.0746	0.1937	0.2759	0.2907	0.3020	0.2816	0.2335	0.1951	0.1757	0.1209	0.0763	0.0439
10	3	0.0105	0.0574	0.1298	0.1500	0.2013	0.2503	0.2668	0.2601	0.2522	0.2150	0.1665	0.1172
10	4	0.0010	0.0112	0.0401	0.0543	0.0881	0.1460	0.2001	0.2276	0.2377	0.2508	0.2384	0.2051
10	5	0.0001	0.0015	0.0085	0.0130	0.0264	0.0584	0.1029	0.1366	0.1536	0.2007	0.2340	0.2461
10	6		0.0001	0.0012	0.0022	0.0055	0.0162	0.0368	0.0569	0.0689	0.1115	0.1596	0.2051
10	7			0.0001	0.0002	0.0008	0.0031	0.0090	0.0163	0.0212	0.0425	0.0746	0.1172
10	8					0.0001	0.0004	0.0014	0.0030	0.0043	0.0106	0.0229	0.0439
10	9						0.0001	0.0003	0.0005	0.0016	0.0042	0.0098	0.0176
10	10									0.0001	0.0003	0.0010	0.0020

Poisson Distribution

Each entry gives the probability that a Poisson random variable X , with parameter λ , has the value x .

$$P(X = x) = \frac{\lambda^x e^{-\lambda}}{x!}$$

$$\mu = \lambda, \quad \sigma = \sqrt{\lambda}$$

x	λ	0.1	0.2	0.3	0.4	0.5	0.6	0.7	0.8	0.9	1.0
		0	0.9048	0.8187	0.7408	0.6703	0.6065	0.5488	0.4966	0.4493	0.4066
1	0.0905	0.1637	0.2222	0.2681	0.3033	0.3293	0.3476	0.3595	0.3659	0.3679	
2	0.0045	0.0164	0.0333	0.0536	0.0758	0.0988	0.1217	0.1438	0.1647	0.1839	
3	0.0002	0.0011	0.0033	0.0072	0.0126	0.0198	0.0284	0.0383	0.0494	0.0613	
4		0.0001	0.0003	0.0007	0.0016	0.0030	0.0050	0.0077	0.0111	0.0153	
5					0.0001	0.0002	0.0004	0.0007	0.0012	0.0020	0.0031
6								0.0001	0.0002	0.0003	0.0005
7										0.0001	0.0001
x	λ	1.1	1.2	1.3	1.4	1.5	1.6	1.7	1.8	1.9	2.0
0	0.3329	0.3012	0.2725	0.2466	0.2231	0.2019	0.1827	0.1653	0.1496	0.1353	
1	0.3662	0.3614	0.3543	0.3452	0.3347	0.3230	0.3106	0.2975	0.2842	0.2707	
2	0.2014	0.2169	0.2303	0.2417	0.2510	0.2584	0.2640	0.2678	0.2700	0.2707	
3	0.0738	0.0867	0.0998	0.1128	0.1255	0.1378	0.1496	0.1607	0.1710	0.1804	
4	0.0203	0.0260	0.0324	0.0395	0.0471	0.0551	0.0636	0.0723	0.0812	0.0902	
5	0.0045	0.0062	0.0084	0.0111	0.0141	0.0176	0.0216	0.0260	0.0309	0.0361	
6	0.0008	0.0012	0.0018	0.0026	0.0035	0.0047	0.0061	0.0078	0.0098	0.0120	
7	0.0001	0.0002	0.0003	0.0005	0.0008	0.0011	0.0015	0.0020	0.0027	0.0034	
8			0.0001	0.0001	0.0001	0.0002	0.0003	0.0005	0.0006	0.0009	
9							0.0001	0.0001	0.0001	0.0002	
x	λ	2.2	2.4	2.6	2.8	3.0	3.2	3.4	3.6	3.8	4.0
0	0.1108	0.0907	0.0743	0.0608	0.0498	0.0408	0.0334	0.0273	0.0224	0.0183	
1	0.2438	0.2177	0.1931	0.1703	0.1494	0.1304	0.1135	0.0984	0.0850	0.0733	
2	0.2681	0.2613	0.2510	0.2384	0.2240	0.2087	0.1929	0.1771	0.1615	0.1465	
3	0.1966	0.2090	0.2176	0.2225	0.2240	0.2226	0.2186	0.2125	0.2046	0.1954	
4	0.1082	0.1254	0.1414	0.1557	0.1680	0.1781	0.1858	0.1912	0.1944	0.1954	
5	0.0476	0.0602	0.0735	0.0872	0.1008	0.1140	0.1264	0.1377	0.1477	0.1563	
6	0.0174	0.0241	0.0319	0.0407	0.0504	0.0608	0.0716	0.0826	0.0936	0.1042	
7	0.0055	0.0083	0.0118	0.0163	0.0216	0.0278	0.0348	0.0425	0.0508	0.0595	
8	0.0015	0.0025	0.0038	0.0057	0.0081	0.0111	0.0148	0.0191	0.0241	0.0298	
9	0.0004	0.0007	0.0011	0.0018	0.0027	0.0040	0.0056	0.0076	0.0102	0.0132	
10	0.0001	0.0002	0.0003	0.0005	0.0008	0.0013	0.0019	0.0028	0.0039	0.0053	
11			0.0001	0.0001	0.0002	0.0004	0.0006	0.0009	0.0013	0.0019	
12											