

L3-STATF



NEW ZEALAND QUALIFICATIONS AUTHORITY  
MANA TOHU MĀTAURANGA O AOTEAROA



## Level 3 Statistics and Modelling, 2007

9.30 am Thursday 29 November 2007

### FORMULAE AND TABLES BOOKLET

This booklet is for use with Statistics and Modelling 90642, 90643, 90644 and 90646.

Check that this booklet has pages 2–4 in the correct order and that none of these pages is blank.

**YOU MAY KEEP THIS BOOKLET AT THE END OF THE EXAMINATION.**

© New Zealand Qualifications Authority, 2007

All rights reserved. No part of this publication may be reproduced by any means without the prior permission of the New Zealand Qualifications Authority.

## STATISTICS AND MODELLING – USEFUL FORMULAE AND TABLES

### Straight Line

$$\text{Equation } y - y_1 = m(x - x_1)$$

### Quadratics

$$\text{If } ax^2 + bx + c = 0$$

$$\text{then } x = \frac{-b \pm \sqrt{b^2 - 4ac}}{2a}$$

### Newton-Raphson Method

$$x_1 = x_0 - \frac{f(x_0)}{f'(x_0)}$$

### Differentiation

$$\text{If } f(x) = x^n \text{ then } f'(x) = nx^{n-1}$$

### Permutations and Combinations

$${}^n P_r = \frac{n!}{(n-r)!}$$

$$\binom{n}{r} = {}^n C_r = \frac{n!}{(n-r)!r!}$$

### Logarithms

$$y = \log_b x \Leftrightarrow x = b^y$$

$$\log_b(xy) = \log_b x + \log_b y$$

$$\log_b\left(\frac{x}{y}\right) = \log_b x - \log_b y$$

$$\log_b(x^n) = n \log_b x$$

### Expectation Algebra

$$E[aX + b] = aE[X] + b$$

$$\text{Var}[aX + b] = a^2 \text{Var}[X]$$

$$E[aX + bY] = aE[X] + bE[Y]$$

$$\text{Var}[aX + bY] = a^2 \text{Var}[X] + b^2 \text{Var}[Y] \text{ if } X, Y \text{ are independent}$$

### Probability

$$P(A \cup B) = P(A) + P(B) - P(A \cap B)$$

$$P(A|B) = \frac{P(A \cap B)}{P(B)}$$



### Binomial Distribution

Each entry gives the probability that a binomial random variable  $X$ , with the parameters  $n$  and  $\pi$ , has the value  $x$ .

$$P(X = x) = \binom{n}{x} \pi^x (1 - \pi)^{n-x}$$

$$\mu = n\pi, \quad \sigma = \sqrt{n\pi(1 - \pi)}$$

4

$n \setminus x$	$\pi$												
	0.05	0.1	0.15	$\frac{1}{6}$	0.2	0.25	0.3	$\frac{1}{3}$	0.35	0.4	0.45	0.5	
4	0	0.8145	0.6561	0.5220	0.4823	0.4096	0.3164	0.2401	0.1975	0.1785	0.1296	0.0915	0.0625
	1	0.1715	0.2916	0.3685	0.3858	0.4096	0.4219	0.4116	0.3951	0.3845	0.3456	0.2995	0.2500
	2	0.0135	0.0486	0.0975	0.1157	0.1536	0.2109	0.2646	0.2963	0.3105	0.3456	0.3675	0.3750
	3	0.0005	0.0036	0.0115	0.0154	0.0256	0.0469	0.0756	0.0988	0.1115	0.1536	0.2005	0.2500
	4		0.0001	0.0005	0.0008	0.0016	0.0039	0.0081	0.0123	0.0150	0.0256	0.0410	0.0625
5	0	0.7738	0.5905	0.4437	0.4019	0.3277	0.2373	0.1681	0.1317	0.1160	0.0778	0.0503	0.0313
	1	0.2036	0.3281	0.3915	0.4019	0.4096	0.3955	0.3602	0.3292	0.3124	0.2592	0.2059	0.1563
	2	0.0214	0.0729	0.1382	0.1608	0.2048	0.2637	0.3087	0.3292	0.3364	0.3456	0.3369	0.3125
	3	0.0011	0.0081	0.0244	0.0322	0.0512	0.0879	0.1323	0.1646	0.1811	0.2304	0.2757	0.3125
	4		0.0005	0.0022	0.0032	0.0064	0.0146	0.0284	0.0412	0.0488	0.0768	0.1128	0.1563
	5			0.0001	0.0001	0.0003	0.0010	0.0024	0.0041	0.0053	0.0102	0.0185	0.0313
6	0	0.7351	0.5314	0.3771	0.3349	0.2621	0.1780	0.1176	0.0878	0.0754	0.0467	0.0277	0.0156
	1	0.2321	0.3543	0.3993	0.4019	0.3932	0.3560	0.3025	0.2634	0.2437	0.1866	0.1359	0.0938
	2	0.0305	0.0984	0.1762	0.2009	0.2458	0.2966	0.3241	0.3292	0.3280	0.3110	0.2780	0.2344
	3	0.0021	0.0146	0.0415	0.0536	0.0819	0.1318	0.1852	0.2195	0.2355	0.2765	0.3032	0.3125
	4	0.0001	0.0012	0.0055	0.0080	0.0154	0.0330	0.0595	0.0823	0.0951	0.1382	0.1861	0.2344
	5		0.0001	0.0004	0.0006	0.0015	0.0044	0.0102	0.0165	0.0205	0.0369	0.0609	0.0938
	6			0.0001	0.0002	0.0001	0.0002	0.0007	0.0014	0.0018	0.0041	0.0083	0.0156
7	0	0.6983	0.4783	0.3206	0.2791	0.2097	0.1335	0.0824	0.0585	0.0490	0.0280	0.0152	0.0078
	1	0.2573	0.3720	0.3960	0.3907	0.3670	0.3115	0.2471	0.2048	0.1848	0.1306	0.0872	0.0547
	2	0.0406	0.1240	0.2097	0.2344	0.2753	0.3115	0.3177	0.3073	0.2985	0.2613	0.2140	0.1641
	3	0.0036	0.0230	0.0617	0.0781	0.1147	0.1730	0.2269	0.2561	0.2679	0.2903	0.2918	0.2734
	4	0.0002	0.0026	0.0109	0.0156	0.0287	0.0577	0.0972	0.1280	0.1442	0.1935	0.2388	0.2734
	5		0.0002	0.0012	0.0019	0.0043	0.0115	0.0250	0.0384	0.0466	0.0774	0.1172	0.1641
	6			0.0001	0.0001	0.0004	0.0013	0.0036	0.0064	0.0084	0.0172	0.0320	0.0547
	7				0.0001	0.0002	0.0002	0.0005	0.0006	0.0016	0.0037	0.0078	
8	0	0.6634	0.4305	0.2725	0.2326	0.1678	0.1001	0.0576	0.0390	0.0319	0.0168	0.0084	0.0039
	1	0.2793	0.3826	0.3847	0.3721	0.3355	0.2670	0.1977	0.1561	0.1373	0.0896	0.0548	0.0313
	2	0.0515	0.1488	0.2376	0.2605	0.2936	0.3115	0.2965	0.2731	0.2587	0.2090	0.1569	0.1094
	3	0.0054	0.0331	0.0839	0.1042	0.1468	0.2076	0.2541	0.2731	0.2786	0.2787	0.2568	0.2188
	4	0.0004	0.0046	0.0185	0.0260	0.0459	0.0865	0.1361	0.1707	0.1875	0.2322	0.2627	0.2734
	5		0.0004	0.0026	0.0042	0.0092	0.0231	0.0467	0.0683	0.0808	0.1239	0.1719	0.2188
	6			0.0002	0.0004	0.0011	0.0038	0.0100	0.0171	0.0217	0.0413	0.0703	0.1094
	7				0.0001	0.0004	0.0012	0.0024	0.0043	0.0079	0.0164	0.0313	0.0547
	8					0.0001	0.0002	0.0002	0.0002	0.0002	0.0007	0.0017	0.0039
9	0	0.6302	0.3874	0.2316	0.1938	0.1342	0.0751	0.0404	0.0260	0.0207	0.0101	0.0046	0.0020
	1	0.2985	0.3874	0.3679	0.3489	0.3020	0.2253	0.1556	0.1171	0.1004	0.0605	0.0339	0.0176
	2	0.0629	0.1722	0.2597	0.2791	0.3020	0.3003	0.2668	0.2341	0.2162	0.1612	0.1110	0.0703
	3	0.0077	0.0446	0.1069	0.1302	0.1762	0.2336	0.2668	0.2731	0.2716	0.2508	0.2119	0.1641
	4	0.0006	0.0074	0.0283	0.0391	0.0661	0.1168	0.1715	0.2048	0.2194	0.2508	0.2600	0.2461
	5		0.0008	0.0050	0.0078	0.0165	0.0389	0.0735	0.1024	0.1181	0.1672	0.2128	0.2461
	6		0.0001	0.0006	0.0010	0.0028	0.0087	0.0210	0.0341	0.0424	0.0743	0.1160	0.1641
	7			0.0001	0.0003	0.0012	0.0039	0.0073	0.0073	0.0098	0.0212	0.0407	0.0703
	8				0.0001	0.0004	0.0012	0.0024	0.0043	0.0079	0.0164	0.0313	0.0547
	9					0.0001	0.0001	0.0001	0.0001	0.0001	0.0003	0.0008	0.0020
10	0	0.5987	0.3487	0.1969	0.1615	0.1074	0.0563	0.0282	0.0173	0.0135	0.0060	0.0025	0.0010
	1	0.3151	0.3874	0.3474	0.3230	0.2684	0.1877	0.1211	0.0867	0.0725	0.0403	0.0207	0.0098
	2	0.0746	0.1937	0.2759	0.2907	0.3020	0.2816	0.2335	0.1951	0.1757	0.1209	0.0763	0.0439
	3	0.0105	0.0574	0.1298	0.1550	0.2013	0.2503	0.2668	0.2601	0.2522	0.2150	0.1665	0.1172
	4	0.0010	0.0112	0.0401	0.0543	0.0881	0.1460	0.2001	0.2276	0.2377	0.2508	0.2384	0.2051
	5	0.0001	0.0015	0.0085	0.0130	0.0264	0.0584	0.1029	0.1366	0.1536	0.2007	0.2340	0.2461
	6		0.0001	0.0012	0.0022	0.0055	0.0162	0.0368	0.0569	0.0689	0.1115	0.1596	0.2051
	7			0.0001	0.0002	0.0008	0.0031	0.0090	0.0163	0.0212	0.0425	0.0746	0.1172
	8				0.0001	0.0004	0.0014	0.0030	0.0043	0.0079	0.0164	0.0313	0.0547
	9					0.0001	0.0001	0.0001	0.0001	0.0001	0.0003	0.0008	0.0020
10		(all other entries < 0.0001)											

### Poisson Distribution

Each entry gives the probability that a Poisson random variable  $X$ , with parameter  $\lambda$ , has the value  $x$ .

$$P(X = x) = \frac{\lambda^x e^{-\lambda}}{x!}$$

$$\mu = \lambda, \quad \sigma = \sqrt{\lambda}$$

$x \setminus \lambda$	0.1	0.2	0.3	0.4	0.5	0.6	0.7	0.8	0.9	1.0
0	0.9048	0.8187	0.7408	0.6703	0.6065	0.5488	0.4966	0.4493	0.4066	0.3679
1	0.0905	0.1637	0.2222	0.2681	0.3033	0.3293	0.3476	0.3595	0.3659	0.3679
2	0.0045	0.0164	0.0333	0.0536	0.0758	0.0988	0.1217	0.1438	0.1647	0.1839
3	0.0002	0.0011	0.0033	0.0072	0.0126	0.0198	0.0284	0.0383	0.0494	0.0613
4		0.0001	0.0003	0.0007	0.0016	0.0030	0.0050	0.0077	0.0111	0.0153
5				0.0001	0.0002	0.0004	0.0007	0.0012	0.0020	0.0031
6							0.0001	0.0002	0.0003	0.0005
7										0.0001
$x \setminus \lambda$	1.1	1.2	1.3	1.4	1.5	1.6	1.7	1.8	1.9	2.0
0	0.3329	0.3012	0.2725	0.2466	0.2231	0.2019	0.1827	0.1653	0.1496	0.1353
1	0.3662	0.3614	0.3543	0.3452	0.3347	0.3230	0.3106	0.2975	0.2842	0.2707
2	0.2014	0.2169	0.2303	0.2417	0.2510	0.2584	0.2640	0.2678	0.2700	0.2707
3	0.0738	0.0867	0.0998	0.1128	0.1255	0.1378	0.1496	0.1607	0.1710	0.1804
4	0.0203	0.0260	0.0324	0.0395	0.0471	0.0551	0.0636	0.0723	0.0812	0.0902
5	0.0045	0.0062	0.0084	0.0111	0.0141	0.0176	0.0216	0.0260	0.0309	0.0361
6	0.0008	0.0012	0.0018	0.0026	0.0035	0.0047	0.0061	0.0078	0.0098	0.0120
7	0.0001	0.0002	0.0003	0.0005	0.0008	0.0011	0.0015	0.0020	0.0027	0.0034
8			0.0001	0.0001	0.0001	0.0002	0.0003	0.0005	0.0006	0.0009
9				0.0001	0.0001	0.0002	0.0003	0.0005	0.0006	0.0009
$x \setminus \lambda$	2.2	2.4	2.6	2.8	3.0	3.2	3.4	3.6	3.8	4.0
0	0.1108	0.0907	0.0743	0.0608	0.0498	0.0408	0.0334	0.0273	0.0224	0.0183
1	0.2438	0.2177	0.1931	0.1703	0.1494	0.1304	0.1135	0.0984	0.0850	0.0733
2	0.2681	0.2613	0.2510	0.2384	0.2240	0.2087	0.1929	0.1771	0.1615	0.1465
3	0.1966	0.2090	0.2176	0.2225	0.2240	0.2226	0.2186	0.2125	0.2046	0.1954
4	0.1082	0.1254	0.1414	0.1557	0.1680	0.1781	0.1858	0.1912	0.1944	0.1954
5	0.0476	0.0602	0.0735	0.0872	0.1008	0.1140	0.1264	0.1377	0.1477	0.1563
6	0.0174	0.0241	0.0319	0.0407	0.0504	0.0608	0.0716	0.0826	0.0936	0.1042
7	0.0055	0.0083	0.0118	0.0163	0.0216	0.0278	0.0348	0.0425	0.0508	0.0595
8	0.0015	0.0025	0.0038	0.0057	0.0081	0.0111	0.0148	0.0191	0.0241	0.0298
9	0.0004	0.0007	0.0011	0.0018	0.0027	0.0040	0.0056	0.0076	0.0102	0.0132
10	0.0001	0.0002	0.0003	0.0005	0.0008	0.0013	0.0019	0.0028	0.0039	0.0053
11			0.0001	0.0001	0.0002	0.0004	0.0006	0.0009	0.0013	0.0019
12				0.0001	0.0002	0.0004	0.0006	0.0009	0.0013	0.0019</